

文章编号: 1674-8085 (2022) 06-0007-06

混合保费收取下带有扰动双复合 Poisson-Geometric 过程的双险种风险模型

覃利华

(广西民族师范学院数理与电子信息工程学院, 广西, 崇左 532200)

摘要: 考虑混合保费收取下有扰动的双复合 Poisson-Geometric 过程的双险种风险模型, 对模型的性质进行讨论, 证明盈利过程具有平稳独立增量和数字特征。运用概率和随机过程基本理论推导调节系数满足的方程, 并得到破产概率的一般表达式和 Lundberg 不等式。当保费、理赔过程服从特定指数分布时, 得到破产概率的具体表达式。

关键词: 复合 Poisson-Geometric 过程; 破产概率; Lundberg 不等式; 混合保费

中图分类号: O211.6

文献标识码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1674-8085.2022.06.002

THE PERTURBED DOUBLE-TYPE RISK MODEL UNDER MIXED PREMIUM INCOME OF DOUBLE POISSON-GEOMETRIC PROCESS

QIN Li-hua

(School of Mathematics, Physics and Electronic Information Engineering, Guangxi Normal University for Nationalities, Chongzuo, Guangxi 532200, China)

Abstract: The perturbed double-type risk model under mixed premium income of double poisson-geometric process is taken into the consideration, and the properties of the model are discussed, the smooth independent increment and digital characteristics of the profit process are proved. By applying the basic theory of probability and random process, the equation satisfied with the adjustment coefficient, Lundberg inequality and the general expression of ruin probability are obtained. When the premium and claim processes obey the exponential distribution, the specific expressions of ruin probability are obtained.

Key words: compound poisson-geometric process; ruin probability; the Lundberg inequality; ixed premium

0 引言

在经典风险模型中, 理赔过程为单一险种的风险经营过程, 也就是允许在充分小的时间内发生一次事故, 并对同一险种进行多次赔付。但随着保险公司经营规模的不断扩大以及新险种的不断开发, 用单一险种的风险模型来描述风险经营

过程是有一定局限性的, 根据这一要求, 我们对复合 Poisson 模型进行推广, 将单一险种推广为两险种, 即考虑在充分小的时间内至多发生一次事故, 并涉及到对两险种进行多次赔付的情况。此外, 研究者们总是假设保险公司在单位时间内收到的保费是某一固定常数, 但是在实际保险公司的业务中, 可能跟一些投保人签订协议, 在每个单位时间内投保人都会定期交固定的保费, 但

收稿日期: 2022-02-22; 修改日期: 2022-04-07

基金项目: 广西高校中青年教师科研基础能力提升项目(2021KY0767); 广西民族师范学院科研经费项目(2021YB054)

作者简介: 覃利华(1987-), 女, 广西来宾人, 讲师, 硕士, 主要从事随机过程应用研究(E-mail:631898027@qq.com)。

除此之外保险公司在单位时间内还会收到不同保费的保单,这是服从某一分布的随机变量。文献[1]将保费推广为服从某一离散分布的随机变量,建立随机保费的风险模型;文献[2-3]将双 Poisson 风险模型推广为带干扰保费混合收取的风险模型,并利用鞅的方法讨论了这种风险模型的破产问题。

在经典风险模型中,假设索赔过程是期望与方差相等的 Poisson 过程,但保险公司往往会设置有免赔制度,即并不是任何索赔的发生保险公司都会赔付。因此,在这种情况下考虑下的复合 Poisson 风险模型就不符合实际情况。为了改进和优化该模型,文献[4]考虑索赔为 Poisson-Geometric 过程的风险模型,解出该模型破产概率的表达式;文献[5]在稀疏相依结构下建立索赔为 Poisson-Geometric 过程的 n 重索赔风险模型,利用鞅理论得到最终破产概率的表达式和 Lundberg 上界;文献[6]研究变保费收取和投资两类理赔过程的风险模型,运用鞅方法讨论了该模型盈余过程的性质,给出最终破产概率的表达式和 Lundberg 上界;文献[7]考虑常数保费下双险种索赔过程是 Poisson-Geometric 过程的风险模型,得到双险种的索赔均服从指数分布时的破产概率及其满足的不等式;文献[8]考虑了确定风险投资和有界分红的复合 Poisson-Geometric 风险模型,得到期望累积红利现值函数所满足的微积分方程;文献[9]考虑保险公司的盈余过程会受到整体收益波动性的影响,建立保费到达和索赔到达均为 Poisson 过程的多重风险模型;文献[10]讨论借贷利率的影响,建立了带有干扰的双 Poisson-Geometric 的风险模型,得到无限时和有限时的相应微积分方程;文献[11-12]均是 Poisson-Geometric 风险模型上做进一步推广,保费到达和索赔到达均采用 Poisson-Geometric 过程,建立相应的风险模型,给出保费和索赔均服从指数分布时破产概率的具体形式。

本研究考虑到随机干扰因素的影响,建立混合保费收取下带有随机干扰因素混合保费收取下复合 Poisson-Geometric 双风险模型,该模型在固定保费收取的情况下,考虑保费的随机化和险种的多元

化,并且随机保费到达过程服从复合 Poisson 过程,理赔过程服从复合 Poisson-Geometric 过程。

1 模型的建立及介绍

定义 1 在概率空间 (Ω, F, P) 上,定义保险公司盈余过程为

$$U(t) = u + ct + \sum_{k=1}^{M(t)} X_k - \sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k - \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k + aW(t), t \geq 0 \quad (1)$$

盈利过程为

$$S(t) = ct + \sum_{k=1}^{M(t)} X_k - \sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k - \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k + aW(t), t \geq 0$$

其中, u 为初始准备金, c 是单位时间内保险公司收到固定的保费, $\{W(t), t \geq 0\}$ 是标准的布朗运动,

表示不确定的收付, a 为干扰系数; $\sum_{k=1}^{M(t)} X_k$ 表示

$(0, t]$ 时间内保险公司收到的随机总保费额,计数过程 $M(t)$ 表示签订的随机保单数服从参数为 λt 的复合 Poisson 过程; X_k 表示第 k 次收到的随机保费额, $X = \{X_k\}_{k \geq 0}$ 是均值为 μ , 方差为 σ 的非负独立同分布随机变量序列,其分布函数用 $F(x)$ 表示,

密度函数用 $f(x)$ 表示, $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$ 是 $G(x)$ 的尾

函数; $\sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k$ 表示 $(0, t]$ 时间内第一类保单发生的

总索赔额,计数过程 $N_1(t)$ 表示第一类索赔的保单数且服从参数为 $(\lambda_1 t, \rho_1)$ ($\lambda_1 > 0, 0 \leq \rho_1 \leq 1$) 的复合 Poisson-

Geometric 过程, $E[N_1(t)] = \frac{\lambda_1 t}{1 - \rho_1}$, $Var[N_1(t)] =$

$Var[N_1(t)] = \frac{\lambda_1 t(1 + \rho_1)}{(1 - \rho_1)^2}$; Y_k 表示第 k 次理赔的理赔

金额, $Y = \{Y_k, k = 1, 2, \dots\}$ 是均值为 μ_1 , 方差为 σ_1 的非负独立同分布随机变量序列,其分布函数分

别为 $G(y)$, 密度函数为 $g(y)$ 且 $\bar{G}(y) = 1 - G(y)$;

$\sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k$ 表示 $(0, t]$ 时间内第二类保单发生的总索赔

额, 计数过程 $N_2(t)$ 表示第二类索赔的保单数且服从参数为 (λ_2, ρ_2) , $(\lambda_2 > 0, 0 \leq \rho_2 < 1)$ 的复合

Poisson-Geometric 过程, $E[N_2(t)] = \frac{\lambda_2 t}{1 - \rho_2}$,

$Var[N_2(t)] = \frac{\lambda_2 t(1 + \rho_2)}{(1 - \rho_2)^2}$; Z_k 表示第 k 次理赔的理

赔金额, $Z = \{Z_k, k = 1, 2, \dots\}$ 是均值为 μ_2 , 方差为 σ_2^2 的非负独立同分布随机变量序列, 其分布函数分别为 $H(z)$, 密度函数为 $h(y)$ 且 $\bar{H}(y) = 1 - H(y)$; 本文假设保险公司收取保费、进行赔付及支付红利均在时间区间 $(t-1, t]$ 的始端进行, 且 $\{X_k, k \geq 0\}, \{Y_k, k \geq 0\}, \{Z_k, k \geq 0\}, \{M(t), t \geq 0\}, \{N_1(t), t \geq 0\}, \{N_2(t), t \geq 0\}$ 之间是相互独立的。

为了保证保险公司的正常运行, 须保证收入总和大于支出总和, 即

$$E[S(t)] =$$

$$E\left[ct + \sum_{k=1}^{M(t)} X_k - \sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k - \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k + \sigma W(t)\right] =$$

$$ct + E[M(t)]E[X_k] - E[N_1(t)]E[Y_k] -$$

$$E[N_2(t)]E[Z_k] = \left(c + \lambda\mu - \frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1} - \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2}\right)t > 0$$

因为 $t > 0$, 所以 $c + \lambda\mu - \frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1} - \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2} > 0$ 。

在此定义相对安全负荷系数为

$$\theta = \frac{c + \lambda\mu}{\frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1} + \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2}} - 1,$$

并且 $\theta > 0$, 当 $\theta \leq 0$ 时, 必然会发生破产。

定义 2 破产时刻为 $T = \inf\{t : t \geq 0, U(t) < 0\}$

($\inf \phi = \infty$); 破产概率为 $\psi(u) = \Pr(T < \infty | U(0) = u)$ 。

2 相关引理

引理 1^[13] 盈利过程 $\{S(t), t \geq 0\}$ 有性质:

1) 具有平稳独立增量;

$$2) E[S(t)] = \left(c + \lambda\mu - \frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1} - \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2}\right)t$$

$$Var[S(t)] = \left(\lambda\sigma^2 + \lambda\mu^2 + \frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1}\sigma_1^2 + \mu_1^2 \frac{\lambda_1(1+\rho_1)}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2}\sigma_2^2 + \mu_2^2 \frac{\lambda_2(1+\rho_2)}{(1-\rho_2)^2}\right)t;$$

3) 存在正数 r , 使得 $E[e^{-rS(t)}] < \infty$ 。

引理 2 对于盈利过程 $\{S(t), t \geq 0\}$, 存在一个函数 $g(r)$, 使得 $E[e^{-rS(t)}] = e^{g(r)t}$, 这里

$$g(r) = -cr + \lambda[M_X(-r) - 1] + \frac{\lambda_1(M_Y(r) - 1)}{1 - \rho_1 M_Y(r)} + \frac{\lambda_2(M_Z(r) - 1)}{1 - \rho_2 M_Z(r)} + \frac{1}{2}a^2 r^2$$

证明:

$$E[e^{-rS(t)}] = E\{\exp[-r(ct +$$

$$\sum_{k=1}^{M(t)} X_k - \sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k - \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k + aW(t))\} =$$

$$E[\exp(-rct)] \cdot E[\exp(-r \sum_{k=1}^{M(t)} X_k)] \cdot$$

$$E[\exp(-r \sum_{k=1}^{N_1(t)} Y_k)] \cdot E[\exp(r \sum_{k=1}^{N_2(t)} Z_k)] \cdot E[\exp(r a W(t))] =$$

$$\exp\{t[-cr + \lambda[M_X(-r) - 1] +$$

$$\frac{\lambda_1(M_Y(r) - 1)}{1 - \rho_1 M_Y(r)} + \frac{\lambda_2(M_Z(r) - 1)}{1 - \rho_2 M_Z(r)} + \frac{1}{2}a^2 r^2\}$$

其中

$$M_X(-r) = E(e^{-rX}), M_Y(r) = E(e^{rY}), M_Z(r) = E(e^{rZ})$$

分别表示个体保单额、第一类理赔额、第二类理赔额的矩母函数, 令

$$g(r) = -cr + \lambda[M_X(-r) - 1] +$$

$$\frac{\lambda_1(M_Y(r) - 1)}{1 - \rho_1 M_Y(r)} + \frac{\lambda_2(M_Z(r) - 1)}{1 - \rho_2 M_Z(r)} + \frac{1}{2}a^2 r^2$$

则 $E[e^{-rS(t)}] = e^{g(r)t}$ 。

引理 3 方程 $g(r)=0$ 存在唯一正解 R , 且称之为调节系数。

证明 根据引理 2, 对 $g(r)$ 求一阶导, 得

$$g'(r) = -c - \lambda E[Xe^{-rX}] + \frac{\lambda_1(1-\rho_1)E[Ye^{rY}]}{(1-\rho_1M_Y(r))^2} + \frac{\lambda_2(1-\rho_2)E[Ze^{rZ}]}{(1-\rho_2M_Z(r))^2} + a^2r$$

又因为

$$g'(0) = -c - \lambda E(X) + \frac{\lambda_1(1-\rho_1)E(Y)}{(1-\rho_1M_Y(0))^2} + \frac{\lambda_2(1-\rho_2)E(Z)}{(1-\rho_2M_Z(0))^2} = -c - \lambda\mu - \frac{\lambda_1\mu_1}{1-\rho_1} + \frac{\lambda_2\mu_2}{1-\rho_2} < 0$$

所以对 $g(r)$ 求二阶导, 得

$$g''(r) = \lambda E[X^2e^{-rX}] + \frac{1}{(1-\rho_1M_Y(r))^4} \cdot \left\{ \lambda_1(1-\rho_1)E[Y^2e^{rY}](1-\rho_1M_Y(r))^2 + 2\lambda_1(1-\rho_1)\rho_1(E[Ye^{rY}])^2(1-\rho_1M_Y(r)) \right\} + \frac{1}{(1-\rho_2M_Z(r))^4} \cdot \left\{ \lambda_2(1-\rho_2)E[Z^2e^{rZ}](1-\rho_2M_Z(r))^2 + 2\lambda_2(1-\rho_2)\rho_2(E[Ze^{rZ}])^2(1-\rho_2M_Z(r)) \right\} + a^2$$

因为

$$g''(0) = \lambda E(X^2) + \frac{\lambda_1 E[Y^2] + 2\lambda_1 \rho_1 \mu_1^2}{(1-\rho_1)^2} + \frac{\lambda_2 E[Z^2] + 2\lambda_2 \rho_2 \mu_2^2}{(1-\rho_2)^2} + a^2 > 0$$

所以, 曲线 $g(r)$ 在 $r > 0$ 时为严格单调下凸函数,

又因为 $\lim_{r \rightarrow \infty} g(r) = +\infty$, $g(0) = 0$, 于是存在唯一的

R , 使得 $g(R)=0$, 称 R 为调节系数。

定义 3 对于盈利过程 $\{S(t), t \geq 0\}$, 定义事件流 $\xi^s = \{\xi_t^s, t \geq 0\}$, 其中: $\xi_t^s = \xi_t^M \cup \xi_t^{N_1} \cup \xi_t^{N_2} \cup \xi_t^W$, 且 $\xi_t^M, \xi_t^{N_1}, \xi_t^{N_2}, \xi_t^W$ 分别表示在时间 $(0, t]$ 内 $M(t), N_1(t), N_2(t), W(t)$ 的事件流。

$$\text{引理 4} \quad \text{令 } M_u(t) = \frac{e^{-r(u+S(t))}}{e^{tg(r)}},$$

则 $\{M_u(t), \xi_t^s, t \geq 0\}$ 是鞅。

证明 对于任意 $v \leq t$, 有

$$\begin{aligned} E[M_u(t) | \xi_v^s] &= E\left[\frac{e^{-r(u+S(t))}}{e^{tg(r)}} \middle| \xi_v^s\right] = \\ E\left[\frac{e^{-r(u+S(v))}}{e^{vg(r)}} \frac{e^{-r(S(t)-S(v))}}{e^{(t-v)g(r)}} \middle| \xi_v^s\right] &= \\ M_u(v) E\left[\frac{e^{-r(S(t)-S(v))}}{e^{(t-v)g(r)}} \middle| \xi_v^s\right] &= M_u(v) \end{aligned}$$

所以, $\{M_u(t), \xi_t^s, t \geq 0\}$ 是鞅。

3 破产概率

定理 1 风险模型 (1) 的最终破产概率满足 Lundberg 不等式:

$$\psi(u) \leq e^{-Ru}$$

其中, $R = \sup\{r: g(r) \leq 0\}$ 。

证明 因为 T 是 ξ^s 停时, 选取 $t_0 \leq \infty$, 易知 $t_0 \wedge T$ 是 ξ^s 停时, 由引理 4 及停时定理, 有

$$\begin{aligned} e^{-ru} &= M_v(0) = E[M_v(t_0 \wedge T)] = \\ E[M_v(t_0 \wedge T) | T \leq t_0] \Pr\{T \leq t_0\} &+ \\ E[M_v(t_0 \wedge T) | T > t_0] \Pr\{T > t_0\} &\geq \\ E[M_v(t_0 \wedge T) | T \leq t_0] \Pr\{T \leq t_0\} &= \\ E[M_u(T) | T \leq t_0] \Pr\{T \leq t_0\} \end{aligned} \quad (2)$$

因为当 $T < \infty$ 时, 有 $u + S(t) \leq 0$, 故

$$\begin{aligned} \Pr\{T \leq t_0\} &\leq \frac{e^{-ru}}{E[M_u(T) | T \leq t_0]} \leq \\ \frac{e^{-ru}}{E[e^{-Tg(r)} | T \leq t_0]} &\leq e^{-ru} \sup_{0 \leq t \leq t_0} e^{tg(r)} \end{aligned} \quad (3)$$

在 (3) 式两端令 $t_0 \rightarrow \infty$, 有

$$\psi(u) \leq e^{-ru} \sup_{t \geq 0} e^{tg(r)},$$

取 $R = \sup_{r > 0} \{r: g(r) \leq 0\}$, 证毕。

定理 2 风险模型 (1) 的最终破产概率为

$$\psi(u) = \frac{e^{-Ru}}{E[e^{-RU(T)} | T < \infty]}$$

其中 R 为调节系数。

证明 在 (2) 式中取 $r = R$ 得

$$\begin{aligned} e^{-Ru} &= E[e^{-RU(T)} | T \leq t_0] \Pr\{T \leq t_0\} + \\ &E[e^{-RU(t_0)} | T > t_0] \Pr\{T > t_0\} \end{aligned} \quad (4)$$

以 $I(A)$ 表示集合 A 的示性函数, 则

$$\begin{aligned} 0 &\leq E[e^{-RU(t_0)} | T > t_0] \Pr\{T > t_0\} = \\ &E[e^{-RU(t_0)} I\{T > t_0\}] \leq E[e^{-RU(t_0)} I\{U(t_0) \geq 0\}] \end{aligned}$$

由于 $0 \leq e^{-RU(t_0)} I\{U(t_0) \geq 0\} \leq 1$, 根据强大数定理可证, 当 $t_0 \rightarrow \infty$ 时, $U(t_0) \rightarrow \infty$.a.s.

由控制收敛定理知

$$\lim_{t_0 \rightarrow \infty} E[e^{-RU(t_0)} | T > t_0] \Pr\{T > t_0\} = 0.a.s$$

于是在 (4) 式两端令 $t_0 \rightarrow \infty$, 则结论得证。

定理 3 在模型 (1) 中, 设保费金额 X_k 、第一类理赔金额 Y_k 、第二类理赔金额 Z_k 分别服从参数为 $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ 的指数分布时, 最终破产概率为

$$\begin{aligned} \psi(u) &= \frac{e^{-Ru}}{E[e^{-RU(T)} | T < \infty]} = \frac{(\alpha_2 - R)e^{-Ru}}{\alpha_2}, \\ &(R < \alpha_2 < \alpha_1) \end{aligned}$$

系数 R 的调节方程为

$$\begin{aligned} g(r) &= -cr + \lambda_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha + r} - 1 \right) + \frac{\lambda_1 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - r} - 1 \right)}{1 - \frac{\rho_1 \alpha_1}{\alpha_1 - r}} + \\ &\frac{\lambda_2 \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - r} - 1 \right)}{1 - \frac{\rho_2 \alpha_2}{\alpha_2 - r}} + \frac{a^2}{2} r^2 = 0 \end{aligned}$$

的正解。

证明: 设 $\delta = Y + Z$, 由卷积公式可得密度函数为

$$\begin{aligned} f_\delta(\delta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y) f_Z(\delta - y) dy = \\ &\int_0^{+\infty} \alpha_1 e^{-\alpha_1 y} \alpha_2 e^{-\alpha_2(\delta - y)} dy = \end{aligned}$$

$$\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_2 \delta} (\alpha_1 > \alpha_2)$$

令 $\bar{U}$ 为破产时刻之前的盈余, $Y + Z$ 为导致破产的理赔量, 则

$$\begin{aligned} P\{-U(T) > y | T < +\infty\} &= \\ P\{Y + Z > \bar{U} + y | Y + Z > \bar{U}\} &= \\ \frac{P\{Y + Z > \bar{U} + y, Y + Z > \bar{U}\}}{P\{Y + Z > \bar{U}\}} &= \\ \frac{\int_{\bar{U}+y}^{+\infty} \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_2 \delta} d\delta}{\int_{\bar{U}}^{+\infty} \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} e^{-\alpha_2 \delta} d\delta} &= e^{-\alpha_2 y} \end{aligned}$$

由此得到破产时财政赤字量的分布函数为

$$\begin{aligned} P\{-U(T) \leq y | T < +\infty\} &= 1 - P\{-U(T) > \\ &y | T < +\infty\} = 1 - e^{-\alpha_2 y} \end{aligned}$$

其概率密度函数为

$$f_{-U(T)}(y) = \alpha_2 e^{-\alpha_2 y} (y > 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \psi(u) &= \frac{e^{-Ru}}{E[e^{-RU(T)} | T < \infty]} = \frac{(\alpha_2 - R)e^{-Ru}}{\alpha_2}, \\ &(R < \alpha_2 < \alpha_1) \end{aligned}$$

又因为当随机变量 X 服从参数为 β 指数分布时, 其

矩母函数 $M_X(r) = \frac{\beta}{\beta - r}$, 所以调节系数方程为

$$\begin{aligned} g(r) &= -cr + \lambda_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha + r} - 1 \right) + \frac{\lambda_1 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - r} - 1 \right)}{1 - \frac{\rho_1 \alpha_1}{\alpha_1 - r}} + \\ &\frac{\lambda_2 \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - r} - 1 \right)}{1 - \frac{\rho_2 \alpha_2}{\alpha_2 - r}} + \frac{a^2}{2} r^2 = 0 \end{aligned}$$

4 结语

本研究考虑到保险公司经营过程中会受到不确定随机干扰因素的影响和保费的随机化、险种的

多元化,建立混合保费收取下带有随机干扰因素混合保费收取下复合 Poisson-Geometric 双风险模型,随机保费到达过程服从复合 Poisson 过程,理赔过程服从复合 Poisson-Geometric 过程。证明该模型盈利过程具有平稳独立增量数字特征。运用概率和随机过程基本理论推导调节系数满足的方程,并得到破产概率的一般表达式和 Lundberg 不等式。当保费、理赔过程服从特定指数分布时,得到破产概率的具体表达式。

参考文献:

- [1] 毕秀春,张曙光.相依随机保费风险模型的有限时间破产概率[J].应用数学学报,2019,42(3):345-355.
- [2] 覃利华.混合保费收取下带有随机干扰和支付红利的风险模型[J].数学理论与应用,2019,39(2):87-91.
- [3] 刘冬元,廖基定,刘邵容,等.带干扰混合保费的多险种风险模型[J].南华大学学报:自然科学版,2013,27(4):53-55.
- [4] 毛泽春,刘锦萼.索赔次数为复合 Poisson-Geometric 过程的风险模型及破产概率[J].应用数学学报,2005,28(3):419-428.
- [5] 乔克林,李亚,徐佩佩.索赔次数为复合 Poisson-Geometric 过程的双险种风险模型[J].延安大学学报:自然科学版,2018,37(1):27-30.
- [6] 刘美霞.考虑随机利率因素的双险种 Poisson-Geometric 过程模型的破产概率研究[J].科学技术与工程,2012,12(18):4321-4325.
- [7] 王贵红,赵金娥,龙瑶.一类索赔为复合 Poisson-Geometric 过程双险种风险模型的破产概率[J].数学的实践与认识,2014,44(21):6-12.
- [8] 孙宗岐,杨鹏.确定风险投资和有限分红下复合 Poisson-Geometric 风险模型研究[J].西南师范大学学报:自然科学版,2020,45(7):1-10.
- [9] 于文广,黄玉娟.干扰条件下复合 Poisson-Geometric 过程的多险种风险模型下的破产概率[J].山东大学学报:理学版,2008,43(2):16-18.
- [10] 王月明,魏广华,郭楠,等.带借贷利率和干扰的双 Poisson-Geometric 风险过程模型[J].西南大学学报:自然科学版,2019,41(11):54-63.
- [11] 韩建勤,乔克林.改进后的复合 Poisson-Geometric 风险模型的破产概率[J].延安大学学报:自然科学版,2016,35(3):22-24.
- [12] 小青.复合 Poisson-Geometric 过程的风险模型的破产概率及推广[J].统计与决策,2011(20):14-17.
- [13] 高明美,孙浩,刘喜华.带干扰和投资的双二项风险模型的破产概率[J].统计与决策,2015(22):22-25.