

文章编号: 1674-8085(2017)03-0025-05

两电荷量子位之间的可控耦合

*段慧慧, 姜年权

(温州大学物理与电子信息工程学院, 浙江, 温州 325035)

摘要: 提出了一种由微机械谐振子驱动的可变平行板电容器产生两约瑟夫森电荷量子位可控耦合的新方法, 通过改变微机械谐振子的驱动频率可以实现和控制两量子比特纠缠门。文中也分析了方案在实验上的可行性。

关键词: 量子信息; 电荷量子位; 微机械谐振子; 可变电容; 量子纠缠门

中图分类号: O413.1

文献标识码: A

DOI:10.3969/j.issn.1674-8085.2017.03.005

CONTROLLABLE COUPLING OF TWO CHARGE QUBITS

* DUAN Hui-hui JIANG Nian-quan

(College of physics and electronic information engineering, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325035, China)

Abstract: We propose a novel method for producing the controlled coupling of two Josephson charge qubits by means of a microwave-frequency variable parallel plate capacitor driven with a micromechanical oscillator. We show that a quantum entanglement gate can be implemented and controlled by tuning the driving frequency of the micromechanical resonator. The experimental is also shown the feasibility of our scheme.

Key words: quantum information; charge qubits; micromechanical oscillator; variable capacitor; quantum entanglement gate

0 引言

由于一个包含有大量原子的超导固态电路可以体现出很强的宏观量子效应, 介观超导量子比特(如电荷量子位^[1-3], 磁通量子位^[4,5]) 在量子信息处理中具有潜在的应用价值^[6-10]。继对约瑟夫森结的操作实现单量子比特后, 大量的研究都关注于构造多量子比特约瑟夫森电路^[11-18]。然而, 很多两量子位可控耦合通常是比较困难或是不太现实的^[19-24], 这是因为在相互作用的过程中需要处理这两量子比特中的不同动力学相位。

对于磁通量子比特来说, 可控耦合的问题可以通过改变磁通的变化来解决^[25], 也可以通过超导电学学的标准化程序来实现^[26]。对电荷量子位来说,

尽管人们早已认识到它们之间耦合的重要性, 但还没有人提出类似的解决方案。已有的可控耦合方案包括通过结阵的直接绝热传输或通过超导谐振子量子比特态的直接空间分离^[27-34]。而前一种由于过于复杂, 目前在实验上较难实现; 后一种需要以很小的几何尺寸产生较大的电感, 这在相对大的频率且不产生额外耗散的情况下是很难实现的。

本文引入一种新的电路, 通过一个由微机械谐振子驱动的可变平行板电容器(variable parallel plate capacitor, VPPC) 产生两个约瑟夫森电荷量子位可控耦合。可变平行板电容器由一个微波频率微机械体积伸缩谐振器(micromechanical bulk dilatational resonator, MBDR) 驱动^[35]。用目前的实验数据的分析与计算, 证明了由机械谐振子调谐驱

收稿日期: 2017-01-07; 修改日期: 2017-03-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(10947017/A05)

作者简介: *段慧慧(1989-), 男, 河南三门峡人, 硕士生, 主要从事量子信息与量子计算研究(E-mail: wjdhuihui@163.com);

姜年权(1966-), 男, 安徽人安庆人, 教授, 博士, 主要从事量子信息与量子计算研究(Email: jiangnq@wzu.edu.cn)。

动频率的量子纠缠门是可以实现的。

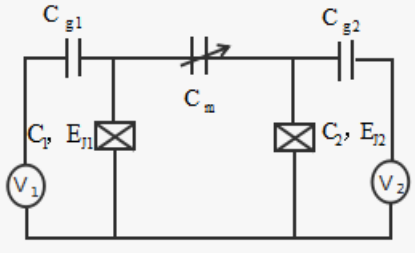


图 1 用 VPPC 实现两电荷量子位可控耦合的方案图

Fig.1 The schematic diagram for controllable coupling of two charge qubits with a VPPC C_m

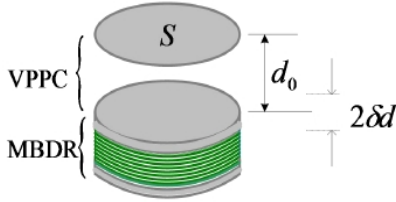


图 2 MBDR 与 VPPC 的结构示意图

Fig.2 The structures of the MBDR and the VPPC

图 1 显示 VPPC 和 MBDR 之间通过普通的电极板耦合，MBDR 由一个微波频率的电压驱动。图 2 显示 MBDR 由压电材料（绿色部分）夹在两个铝电极（绿色部分上面和下面部分的灰色部分）之间。MBDR 的上电极板也是 VPPC 的下电极板，当在 MBDR 上施加一电压驱动时它在平衡位置附近一振幅 δ_d ，频率 ω_d 振动。当 VPPC 的下电极板在平衡位置时，两极板之间的距离为 d_0 。VPPC 两极板之间的有效相对面积为 S 。VPPC 的上极板和 MBDR 的下极板均是固定的。

1 耦合机制

先考虑由图 1 描述的超导电荷量子位通过 VPPC 耦合的方案模型。VPPC 和 MBDR 的结构如图 2 所示。我们所使用的 MBDR 与 Connell 等人使用的谐振器相类似。在文献[36]中它由夹在两个铝电极之间的压电材料构成，压电材料对电压的响应机制为电压产生的电信号引起金属电极板在垂直方向上的伸缩从而产生机械运动。对于此种类型的结构，6 GHz 量级的固有共振频率已经实现^[36]。MBDR 的上极板同时也充当 VPPC 的下极板，VPPC 的另一极板固定在距 MBDR 上极板距离为 d 的地方，这里 d 是 VPPC 两极板之间的距离。固定 MBDR

的下极板并对其施加一个 $V = V_0 \sin \omega_d t$ 的电压，这样 MBDR 的上极板就会以频率 ω_d 、振幅 δ_d 振动。如此一来，VPPC 两极板之间的距离将变为 $d = d_0 - \delta_d \sin \omega_d t$ ，其中 d_0 是 VPPC 下极板处于平衡位置时 VPPC 两极板之间的距离。VPPC 的电容可写为 $C_m = \epsilon S / d$ ， ϵ 和 S 分别是真空介电常数和有效相对面积。

由一个小的超导岛组成的单 Cooper 对盒子耦合在一个电阻很小的大电极上，同时电容性地耦合到一个静电门；门电势由电压源 V_g 控制。该电路的哈密顿量形式为

$$H_i = E_{ci}(\hat{n}_i - n_{gi})^2 - E_{ji} \cos \phi_i \quad (1)$$

其中， $E_{ci} = (2e)^2 / 2C_{\Sigma_i}$ 是第 i 个 Cooper 对盒子的电子对静电能， $C_{\Sigma_i} = C_{J_i} + C_{g_i}$ ， C_{J_i} 和 C_{g_i} 分别是结电容和门电容， $\hat{n}_i$ 是岛上电子对数算子， $n_{gi} = -C_{g_i} V_{gi} / 2e$ 是门电压 V_{gi} 在岛上感应的电子对数目， E_{ji} 是约瑟夫森结的 Josephson 能量， ϕ_i 是结两侧超导体之间的相位差。为了方便，取

$$E_{c1} = E_{c2} = E_c, C_{\Sigma_1} = C_{\Sigma_2} = C_{\Sigma}, C_{J_1} = C_{J_2} = C_J,$$

以及 $C_{g1} = C_{g2} = C_g$ 。能量本征方程为：

$$E_c(\hat{n} - n_g)^2 |n\rangle = E_n |n\rangle \quad (2)$$

对应着电荷态 $n=0,1,2,\dots$ ，能量本征值谱 $E_n = E_c(n - n_g)^2$ 。基态能量随着门电压的变化而变化，基态的 Cooper 对数也随之增加。这里，我们取门电压特殊值 $n_{gi} = 1/2$ ，这时电荷态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 将会发生简并。开通一个小的约瑟夫森耦合将会解除这种简并，形成一个紧束缚的二能级系统。

将量子位的哈密顿量 (1) 投影在两电荷量子位态基 $|0\rangle, |1\rangle$ 上有：

$$H_i = -\frac{1}{2}(\epsilon \sigma_z + \Delta \sigma_x) \quad (3)$$

这里， $\epsilon = E_c(1 - 2n_g)$ ， $\Delta = E_{ji}$ ，Pauli 算子

$$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

在电荷静电能和约瑟夫森能满足 $E_c \gg E_{ji}$ 的条件下，电荷量子比特可以由单 Cooper 对盒子

(SCB) 构成。忽略约瑟夫森耦合能意味着超导岛完全孤立, 因此会有特定数量的 Cooper 对被囚禁在岛上。对应的本征方程为:

$$E_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{E_c^2 (1 - 2n_g)^2 + E_{ji}^2} \quad (4)$$

如果 n_{gi} 工作在电荷简并点 $n_{gi} = 1/2$, 哈密顿量可写为:

$$H_i = -\frac{E_{ji}}{2} \sigma_x^i$$

两电荷量子位和 VPPC 系统的总的哈密顿可表述为:

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_I \\ H_0 &= -\left(\frac{E_{j1}}{2} \sigma_x^1 + \frac{E_{j2}}{2} \sigma_x^2\right) \\ H_I &= MC_m \sigma_z^1 \sigma_z^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $M = \left(\frac{e}{C_{\Sigma}}\right)^2$, $C_{\Sigma} = C_{\Sigma} + C_m$, $C_m = \varepsilon S/d$ 。

在相互作用表象中的相互作用项的哈密顿形式为:

$$\begin{aligned} H_{\text{int}} &= K \left(1 - \frac{\delta d}{d} \sin \omega_d t\right) (\sigma_z^1 \cos \omega_1 t - \sigma_y^1 \sin \omega_1 t) \\ &\quad (\sigma_z^2 \cos \omega_2 t - \sigma_y^2 \sin \omega_2 t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $K = MC_m$, $\omega_1 = \frac{E_{j1}}{\hbar}$, $\omega_2 = \frac{E_{j2}}{\hbar}$, σ_y 为 Pauli 算子。

调节 MBDR 的驱动电压频率使得 $\omega_d = \omega_1 + \omega_2$ 并考虑到 $(\omega_1 \pm \omega_2)t \gg 2\pi$, $\omega_1 t \gg \pi$, $\omega_2 t \gg \pi$ 在旋波近似下我们忽略高频振荡项, 则 (6) 式的哈密顿量成为:

$$H_{\text{int}} = \frac{K\delta d}{4d_0} (\sigma_z^1 \sigma_y^2 + \sigma_y^1 \sigma_z^2) \quad (7)$$

2 量子纠缠门的制备

下面将说明如何实现一个量子纠缠门。在方程 (7) 下的演化算符可写为 (令 $t_0 = 0$)

$$U_t = e^{\frac{-i}{\hbar} H t} = e^{-iJ(\sigma_z^1 \sigma_y^2 + \sigma_y^1 \sigma_z^2)t/\hbar} \quad (8)$$

这里, $J = \frac{K\delta d}{4d_0}$ 。

可以证明

$$\begin{aligned} U_t |+-\rangle_{12} &= |+-\rangle_{12} \\ U_t |-+\rangle_{12} &= |-+\rangle_{12} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $|\pm\rangle_i = (|0\rangle \pm |1\rangle)_i / \sqrt{2}$

定义算子 (令 $\hbar = 1$)

$$U_t \sigma_z^i U_t^+ = e^{-iJt(\sigma_z^1 \sigma_y^2 + \sigma_y^1 \sigma_z^2)} \sigma_z^i e^{-iJt(\sigma_z^2 \sigma_y^1 + \sigma_y^2 \sigma_z^1)} \quad (10)$$

并和 Baker-Campbell-Hausdorf 公式比较, 可得:

$$U_t \sigma_z^1 U_t^+ = \cos \theta \sigma_z^1 I^2 - \sin \theta \sigma_x^1 \sigma_z^2 \quad (11)$$

其中, $\theta = 2Jt/\hbar$ 由两量子位的耦合强度和相互作用时间决定, $I^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 为描述量子比特 2 的单位算子。进而可得到:

$$U_t |++\rangle_{12} = \cos \theta |++\rangle_{12} + \sin \theta |--\rangle_{12} \quad (12)$$

$$U_t |--\rangle_{12} = \cos \theta |--\rangle_{12} - \sin \theta |++\rangle_{12} \quad (13)$$

在计算基 $\{|++\rangle_{12}, |--\rangle_{12}, |+-\rangle_{12}, |-+\rangle_{12}\}$ 下可以将时间演化算符 U_t 写为矩阵形式

$$U_t = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 时

$$U_t = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

这样就实现了两量子位的纠缠量子门。

其中, 单量子比特初态 $|\pm\rangle = (|0\rangle \pm |1\rangle)_i / \sqrt{2}$ 可以如下制备: 第一步, 对电荷量子位施加一个频率为 ω_d 的微波脉冲可以引起彼此之间的失谐, 由于量子位之间没有互相感应的耦合从而可以单独对电荷量子位进行操控。第二步, 在简并点左侧施加一个门电压 ($C_g V_g^{dc} / 2e \sim 0$) 可以产生最低电荷态 $|0\rangle$ 。然后, 通过在简并点绝热的施加一个直流电压 V_g^{dc} 将量子位制备到态 $(|0\rangle \pm |1\rangle) / \sqrt{2}$ 。

3 讨论

在当前的技术条件下我们选取一组比较保守的实验参数: $\omega_1/2\pi = 1\text{ GHz}$, $\omega_2/2\pi = 1.5\text{ GHz}$, 在旋转波近似下这些参数的条件是可以满足的。

总之, 本文提出了一种两电荷量子位通过由MBDR驱动的VPPC耦合在一起的能实现量子纠缠门的可行的电路方案。量子位的相互耦合可以通过施加一个微波频率 ω_m 打开或关闭, 初态的制备和单量子位的测量也很容易实现。

参考文献:

- [1] Astafiev O, Pashkin Y A, Nakamura Y, et al. Quantum noise in the Josephson charge qubit[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(26):267007.
- [2] Paladino E, Faoro L, D'Arrigo A, et al. Decoherence and $1/f$ noise in Josephson qubits[J]. Phys. rev. lett, 2002, 18(1-3):29-30.
- [3] Wang X, Miranowicz A, Li H R, et al. Method for observing robust and tunable phonon blockade in a nanomechanical resonator coupled to a charge qubit[J]. Physical Review A, 2016, 93: 063861.
- [4] Mooij J E, Lloyd S. Josephson Persistent-Current Qubit[J]. Science, 1999, 285(5430): 1036-1039.
- [5] Akhtar N, Zheng Y R, et al. Design of a gap tunable flux qubit with FastHenry[J]. Chinese Physics B, 2016, 25(12):120305.
- [6] Makhlin Y, Schön G, Shnirman A. Josephson junction quantum bits and logic gates[J]. Physica B Condensed Matter, 2000, 280(1-4):410-411.
- [7] Li J, Zou Y. Quantum information transfer between topological and conventional charge qubits[J]. Chinese Physics B, 2016, 25(2):027302.
- [8] Devoret M H, Martinis J M. Course 12 Superconducting qubits[J]. Les Houches, 2004, 79:443-485.
- [9] You J Q, Nori F. Superconducting circuits and quantum information[J]. Physics Today, 2005, 58(11):42-47.
- [10] Rieth, Michael. Handbook of theoretical and computational nanotechnology [M]. Stevenson Ranch, CA: American Scientific Publishers, 2006.
- [11] Pashkin Y A, Yamamoto T, Astafiev O, et al. Quantum oscillations in two coupled charge qubits[J]. Nature, 2003, 421(6925):823-826.
- [12] Berkley A J, Xu H, Ramos R C, et al. Entangled macroscopic quantum States in two superconducting qubits[J]. Science, 2003, 300(5625):1548-1550.
- [13] Batle J, Bagdasaryan A, Farouk A, et al. Quantum correlations in two coupled superconducting charge qubits[J]. International Journal of Modern Physics B, 2016, 30(19):1650123.
- [14] Majer J B, Paauf F G, Haar A C J T, et al. Spectroscopy on two coupled superconducting flux qubits[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(9):090501.
- [15] McDermott R, Simmonds R W, Steffen M, et al. Simultaneous state measurement of coupled Josephson phase qubits[J]. Science, 2010, 307(5713):1299-1302.
- [16] Izmalkov A, Grajcar M, Il'ichev E, et al. Evidence for entangled states of two coupled flux qubits[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(3):049902.
- [17] Katz N, Ansmann M, Bialczak R C, et al. Coherent State Evolution in a Superconducting Qubit from Partial-Collapse Measurement[J]. Science, 2006, 312(5779): 1498-1500.
- [18] Plantenberg J H, de Groot P C, Harmans C J, et al. Demonstration of controlled-NOT quantum gates on a pair of superconducting quantum bits[J]. Nature, 2007, 447(7146):836-839.
- [19] Hime T, Reichardt P A, Plourde B L T, et al. Variable Coupling of Two Flux Qubits[C]. 2006 APS March Meeting. American Physical Society, 2006.
- [20] Sh V D P, Izmalkov A, Am V D B, et al. Controllable coupling of superconducting flux qubits[J]. Physical Review Letters, 2007, 98(5):057004.
- [21] Harris R, Berkley A J, Johnson M W, et al. Sign- and Magnitude-Tunable Coupler for Superconducting Flux Qubits[J]. Physical Review Letters, 2006, 98(17):177001.
- [22] Niskanen A O, Harrabi K, Yoshihara F, et al. Quantum coherent tunable coupling of superconducting qubits[J]. Science, 2007, 316(5825):723-726.
- [23] Majer J, Chow J M, Gambetta J M, et al. Coupling superconducting qubits via a cavity bus[J]. Nature, 2007, 449(7161):443-447.
- [24] Sillanpää M A, Park J I, Simmonds R W. Coherent quantum state storage and transfer between two phase qubits via a resonant cavity[J]. Nature, 2007,

- 449(7161):438-442.
- [25] Filippov T V, Tolpygo S K, Mannik J, et al. Tunable transformer for qubits based on flux states[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2003, 13(2):1005-1008.
- [26] Likharev K K, Semenov V K. RSFQ logic/memory family: a new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems[J]. Applied Superconductivity IEEE Transactions on, 1991, 1(1):3-28.
- [27] Averin D V. Adiabatic quantum computation with Cooper pairs[J]. Solid State Communications, 1997, 105(10): 659-664.
- [28] Shnirman A, Schoen G, Hermon Z. Quantum Manipulations of Small Josephson Junctions[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(12):2371-2374.
- [29] Averin D V, Ruggiero B, Silvestrini P. Macroscopic quantum coherence and quantum computing [M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [30] Marquardt F, Bruder C. Superposition of two mesoscopically distinct quantum states: Coupling a Cooper-pair box to a large superconducting island[J]. Physical Review B, 2001, 63(5):811-820.
- [31] Zorin A B. Coupling and Dephasing in Josephson Charge-Phase Qubit with Radio Frequency Readout[J]. Physics, 2004, 98(6):1250-1261.
- [32] You J Q, Tsai J S, Nori F. Scalable quantum computing with Josephson charge qubits[J]. Physical Review Letters, 2003, 89(19):197902.
- [33] Plastina F, Falci G. Communicating Josephson Qubits[J]. Physical Review B, 2002, 67(22):2209-2219.
- [34] Blais A, Zagoskin A M. Tunable coupling of superconducting qubits[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(12):127901.
- [35] O'Connell A D, Hofheinz M, Ansmann M, et al. Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator[J]. Nature, 2010, 464(7289): 697-703.
- [36] Treps N, Grosse N, Bowen W, et al. A quantum laser pointer[J]. Science, 2003, 301(5635):940-943.

(上接第 24 页)

- [7] 中国证券业协会. 证券投资分析[M]. 北京:中国财政经济出版社,2009.
- [8] 李婷,张卫国. 风险资产组合均值-CVaR 模型的算法分析[J]. 安徽大学学报:自然科学版,2003,30(6):4-7.
- [9] 郑明川,吴晓梁. VaR 约束下的投资组合管理[J]. 技术经济与管理研究,2003(6):34-35.
- [10] 叶青. 基于 GARCH 和半参数法的 VaR 模型及其在中国股市风险分析中的应用研究[J]. 统计研究,2000 (12):25-29.
- [11] 高岳琳,陈东志,鲍卫军. 基于约束的单位风险收益最大投资组合模型及实证[J]. 统计与决策,2009(13):62-64.
- [12] 陈剑利,李胜宏. CVaR 风险度量模型在投资组合中的运用[J]. 运筹与管理,2004,13(1):95-99.
- [13] 余星,孙红果,陈国华. 基于 CVaR 的融入期权的投资组合模型[J]. 数学的实践与认识,2014,44(1):11-14.