

文章编号: 1674-8085(2017)03-0019-06

权重分离性约束的 Mean-CVaR 投资组合模型

刘遵雄¹, *盛亚雄²

(华东交通大学信息工程学院, 江西, 南昌 330013)

摘 要: 不同于均值-方差(Mean-Variance)模型, 均值-条件风险价值(Mean-Conditional Value at Risk, Mean-CVaR)模型不是以投资组合收益的方差作为风险测度, 而是使用了能表征投资收益下侧尾部风险的条件风险价值。同样, Mean-CVaR 模型存在优化微权值数目过多的问题, 造成操作性下降。针对这些问题, 提出了在 Mean-CVaR 模型引入权重分离性约束, 以保证投资权重不低于某一设定的阈值, 结合上证 50 指数股票进行实例分析。

关键词: Conditional Value at Risk; 投资组合; Mean-CVaR

中图分类号: TP391

文献标识码: A

DOI:10.3969/j.issn.1674-8085.2017.03.004

MEAN-CVAR PORTFOLIO MODEL WITH WEIGHT SEPARATION CONSTRAINTS

LIU Zun-xiong¹, *SHENG Ya-xiong²

(School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract: Different from the Mean-Variance, the Mean-CVaR (Mean-Conditional value at risk) model didn't take the variance of the portfolio returns as a measure of risk. However, it uses the conditional value at risk that express the underside of the tail risk of the investment income. Similarly, the optimal solution of Mean-CVaR problem has a lot of micro weight, which results in the decline of operating. The constraint of weight separation is proposed in this paper into the mean-CVaR model, which can ensures that the value of investment weight is not less than a set threshold. Combined with the SSE 50 index stock, we carry on the example analysis.

Key words: Conditional Value at Risk; portfolio; Mean-CVaR

投资的本质就是承担风险获取风险补偿(即收益), 且总的来说, 风险越大收益才越大。所以, 在进行投资决策时, 投资者必须接受风险和收益之间的一个折衷。投资优化是投资领域的一个重要研究内容, 并且产生了许多理论和模型。其中 1952 年 Markowitz^[1]提出的 Mean-Variance 模型是现代投资组合理论的基石。Mean-Variance 模型首先用来研究股票的投资组合问题, Markowitz 建议对市场上所有类型的资产进行投资以分散风险, 减低非系统性风险。此模型使用期望收益表示组合的收

益, 组合收益的方差测度组合的风险。

方差是一个常用的测量分散度的统计量, 由定义可知, 它是各个数据分别与其期望值之差的平方和的期望值, 因此, 它是一种对称的风险度量, 其对偏离均值的负离差和正离差同等对待。控制方差不仅引起负离差降低, 而且正离差也会变小。然而对投资者而言, 并不把正离差视为风险, 而是当收益率低于期望收益率时才会造成损失, 才有风险。如果收益率分布对称, 对偏离均值的正离差和负离差同等对待并没有什么问题, 所以只有当投资资产

收稿日期: 2016-07-01; 修改日期: 2016-10-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(71361009)

作者简介: 刘遵雄(1967-), 男, 江西南昌人, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事机器学习、数据挖掘、金融数据分析等研究(E-mail:153010729@qq.com);

*盛亚雄(1992-), 男, 江西抚州人, 硕士生, 主要从事金融数据分析研究(E-mail:506790681@qq.com)。

的收益是对称分布时,方差是合适的风险测度。但是现实生活中的收益分布往往是偏态的,对偏离均值的正离差和负离差同等对待就不合适了。

因此,在险价值(Value at Risk, VaR)^[2]被提出来管理和控制组合风险,其表示为损失分布的分位数。不同于方差同时考虑偏离期望收益的正离差和负离差,VaR 仅仅考虑期望收益的下侧作为损失,表示为一定持有期内一定置信水平下损失将不会超过这一值^[3]。尽管 VaR 在金融界已经被广泛使用,但是由于其仍然具备一些性质,限制了它的使用范围。首先,VaR 低估了尾部风险,随着置信水平的增加风险受到低估的程度将会越大;其次,VaR 仅在正态分布的假设下才满足次可加性,而现实生活中的收益分布往往是非正态分布,或是近似正态分布的,这就意味着次可加性的缺失,而意味着投资组合的 VaR 大于组合中各资产 VaR 的和;同时,VaR 还是非凸非光滑的,存在多个局部最小值,而组合优化问题旨在寻找全局最小值^[4]。这些性质在投资组合优化问题上,无疑是不合适的。

所以,条件在险价值(Conditional Value at Risk, CVaR)随后被提出来管理和控制组合风险,其表示为一定持有期内一定置信水平下在损失超过 VaR 的条件下,损失的期望值。VaR 给出某置信水平下的最大损失,而 CVaR 考虑的是超过 VaR 的那部分损失的均值,两者都只需考虑尾部分布。VaR 和 CVaR 方法的出现更加突出了风险测量的重要性。实验数据表明在求最小化 CVaR 得出的最优解通常能够比较接近最小化 VaR 得出的最优解。特别地有,当收益(损失)分布服从正态分布时,则最小化 CVaR 和最小化 VaR 能够得到相同的最优解;当收益(损失)分布服从偏态分布时,最小化 CVaR 和最小化 VaR 得出的最优解还是相当不同的。如果一个投资组合的 CVaR 值越低,那么其 VaR 值也越低,因为 VaR 的值永远小于 CVaR 的值。

由 Stanislav, Uryasev^[5]等人将 CVaR 作为约束条件引入投资组合模型中,CVaR 优化是一个凸优化问题,可以方便优化问题的求解,而且可以使用线性规划技术来求解 CVaR 优化问题。但是,实验结果表明,在求解最优化 Mean-CVaR 模型时,最优解中往往出现某些风险资产的分到的投资权重过小,而另一些风险资产的投资权重过大的情

况。这使得希望通过多样性来降低非系统性风险的投资组合变得不符合实际,且可操作性弱^[6]。因此,本文将对投资权重的控制引入 Mean-CVaR 模型,提出新的 Mean-CVaR 模型,并实例论证比较传统 Mean-CVaR 模型与新的 Mean-CVaR 模型的性能差异。

1 Mean-CVaR 模型

假设有 $n(n \geq 2)$ 种风险资产 $S_1, S_2, \dots, S_n$, μ_i 为资产 S_i 的期望收益, x_i 为投资在资产 S_i 上的投资占比,投资组合 x 的期望收益:

$$E(x) = \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \dots + \mu_n x_n = \mu^T x \quad (1)$$

假定可行的投资组合集为一个非空多面体集合,表示为 $\Omega = \{x | Ax = b, Cx \geq d\}$, 其中 A 是 $m \times n$ 阶矩阵, b 为 n 维列向量。特别是,集合 Ω 存在 $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ 这一约束条件。令 $f(x, y)$ 表示可行集中组合 x 的损失函数, y 为随机事件的实现(n 种资产的收益向量),组合损失 $f(x, y)$, 即负的组合收益,是组合变量 x 的凸(线性)函数:

$$f(x, y) = -y^T x = -[y_1 x_1 + y_2 x_2 + \dots + y_n x_n] \quad (2)$$

随机向量 y 的概率密度函数记为 $p(y)$, 对于固定的组合变量 x , 其相关的损失累积分布函数是:

$$\psi(x, \gamma) = \int_{f(x, y) \leq \gamma} p(y) dy \quad (3)$$

对于给定的置信水平 α , 组合 x 的在险价值 VaR 为:

$$VaR_\alpha = \min \{\gamma \in R | \psi(x, \gamma) \geq \alpha\} \quad (4)$$

相应组合 x 的条件在险价值 CVaR 为:

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x, y) \geq VaR_\alpha} f(x, y) p(y) dy \quad (5)$$

由于 $CVaR_\alpha \geq VaR_\alpha$, 那么组合的条件在险价值小, 对应的在险价值也会小。但是最小化条件在险价值和最小化在险价值并不同等。由于条件在险价值的定义中包含了在险价值, 因此优化条件在险价值函数并不容易。但是可以考虑以下较为简单的辅助函数:

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x, y) \geq \gamma} (f(x, y) - \gamma) p(y) dy \quad (6)$$

或

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + \frac{1}{1-\alpha} \int (f(x, y) - \gamma)^+ p(y) dy \quad (7)$$

其中 $a^+ = \max\{a, 0\}$ 。该函数作为 γ 的函数具有以下特性: F_α 是变量 γ 的凸函数, F_α 最小化得到的 γ 就是模型的在险价值, 函数 F_α 在 γ 处的最小值就是条件在险价值。根据以上特性, 最小化条件在险价值, 只需就 x 和 γ 最小化函数 F_α , 即:

$$\min_x CVaR_\alpha = \min_{x, \gamma} F_\alpha(x, \gamma) \quad (8)$$

所以不必先计算在险价值, 可以直接优化条件在线价值, 需要优化的函数 F_α 是一个凸优化问题, 可以通过现存的优化技术来求解。随机向量 y 的概率密度函数无法求得, 可以使用 T 个场景历史数据 $y_1, y_2, \dots, y_T$ 对其未来变化做估计, 计算函数 F_α 的近似函数如下:

$$\bar{F}_\alpha(x, \gamma) = \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{i=1}^T (f(x, y_i) - \gamma)^+ \quad (9)$$

从而问题转化成最小化近似函数 $\bar{F}_\alpha(x, \gamma)$, 引入辅助变量 z_i 代替 $(f(x, y_i) - \gamma)^+$ 项, 并增加约束条件 $z_i \geq 0$ 和 $z_i \geq f(x, y_i) - \gamma$, 假设投资组合的期望收益大于某一阈值 R , 于是投资组合优化问题表示成:

$$\begin{aligned} \min_{x, z, \gamma} & \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{i=1}^T z_i \\ \text{s.t.} & \mu^T x \geq R \\ & z_i \geq 0, i=1, 2, \dots, T \\ & z_i \geq f(x, y_i) - \gamma, i=1, 2, \dots, T \\ & x \in \Omega \end{aligned} \quad (10)$$

由于 $f(x, y)$ 与 X 呈线性关系, 而且所有的约束 $z_i \geq f(x, y_i) - \gamma$ 都是线性约束, 所以这里的优化问题可以使用线性规划来求解。

2 权重受控的 Mean-CVaR 模型

传统投资组合优化模型得到的最优解往往存在许多投资占比小的权值, 即投资者分配到某一资产的资金占全部资金的比例很小。投资占比小, 使投资者无法在证券市场买入相应数量的股票(证券市场规定最小交易单位为 100 股)。投资占比小的

权值过多, 将导致投资组合中存在过多的非零微小权重。非零微小权重的个数越多, 意味着证券数目越多。虽然投资组合中包含的证券数目越多, 投资组合的风险越小, 但是证券数目过多会导致构建交易头寸时花费的交易成本越大, 而且投资组合的规模也越大, 投资者的可操作性越弱。

同时, 传统投资组合优化模型得到的最优解还容易出现许多投资占比大的权值, 即投资者分配到某一资产的资金占全部资金的比例很大。而个别股票的投资占比过大意味着非系统风险得不到有效的分散化, 违背了风险分散化的投资原理。

因此, 研究在 Mean-CVaR 模型中增加投资占比阈值约束情况下, 组合投资分散风险的效果, 这相当于 CVaR 作为风险测度条件下的线性混合规划问题。在 Mean-CVaR 模型中, 对于每个股票 $i(i=1, 2, \dots, n)$, 增加以下条件: $x_i < n_i \Rightarrow x_i = 0$, x_i 为投资于股票 i 的投资占比, 这是一个分离性约束条件。

$$\begin{aligned} \min_{x, z, \gamma} & \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{i=1}^T z_i \\ \text{s.t.} & \mu^T x \geq R \\ & z_i \geq 0, i=1, 2, \dots, T \\ & z_i \geq f(x, y_i) - \gamma, i=1, 2, \dots, T \\ & x_i < n_i \Rightarrow x_i = 0, i=1, 2, \dots, n \\ & x \in \Omega \end{aligned} \quad (11)$$

该模型无法使用常规的线性规划方法, 如单纯形法来求解, 可以转化为线性混合规划问题来解决。前面的分离性约束条件 $x_i < n_i \Rightarrow x_i = 0$, $i=1, 2, \dots, n$ 替换成:

$$\begin{cases} x_i - q_i + u_i = 0 \\ n_i q_i - x_i + v_i = 0 \\ q_i = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

其中 n_i 用于控制组合投资中投资占比不能过小, 以免影响组合投资分散风险的效果。收益约束阈值 R 设为组合投资构建用到的股票期望收益的最大值和最小值的加权平均, 即

$$u^T x \geq \lambda \max(u) + (1-\lambda) \min(u) \quad (9)$$

所以最终的模型为:

$$\begin{aligned}
 & \min_{x,z,\gamma} \gamma + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{t=1}^T z_t \\
 & s.t. \quad u^T x \geq \lambda \max(u) + (1-\lambda) \min(u) \\
 & \quad z_t \geq f(x, y_t) - \gamma, t=1, 2, \dots, T \\
 & \quad x_i - q_i + u_i = 0, i=1, 2, \dots, n \\
 & \quad n_i q_i - x_i + v_i = 0, 0 < n_i < 1 \\
 & \quad q_i = 0 \text{ 或 } 1 \\
 & \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\
 & \quad x_i \geq 0, z_t \geq 0, u_i \geq 0, v_i \geq 0 \\
 & \quad x \in \Omega
 \end{aligned} \tag{10}$$

选择投资占比为不低于 5%，即 $n_i=0.05$ ，为了求解以上线性组合规划问题，构建分支定界算法进行求解。

3 实例方法

基于上证 50 指数数据，使用 Mean-CVaR 方法和本文研究提出的方法，产生投资组合的结果进行模拟投资，计算对应的性能指标，从而比较这些方法的优劣。为了模拟长时间投资的效果，在整个仿真阶段需要执行投资组合构建、持有和再结算过程多次，某个构建的投资组合持有一定交易日（这里取为 20，相当于一个月的交易日），然后进行结算。再结算，就是指使用选定的投资组合，以当前交易日为起始日期重新进行投资组合选择。图 1 显示再结算与移动历史数据窗的关系，其中 $nhor$ 是投资组合持有期的交易日长度， $phor$ 是进行投资组合选择时使用历史数据窗口长度，当 $phor > nhor$ ，提供给投资组合选择算法的历史数据将逐渐变化，当第一次进行投资组合选择时，使用的是前期 $phor$ 日的历史数据。当进行下一次投资组合选择时，历史数据就不包含最先的 $nhor$ 日数据，补充进最新的 $nhor$ 日数据，这种变化发生在往后的每一次投资组合选择执行时。进行再结算以保证在市场条件变化的情况下组合投资依然是有效的，当组合投资进行再结算时，资金总额将减少 3 个百分点用以模拟交易费用。仿真试验中记录某个构建出的组合投资在持有期内每天的资本总值，这些记录可以用来计算

平均日收益、年平均收益率和年平均 MDD 等投资组合性能测度。

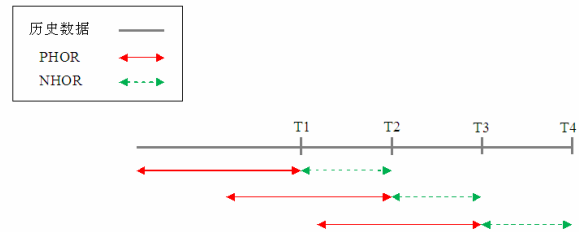


图 1 多阶段投资组合模型

Fig.1 Multi stage portfolio model

4 实验结果

主要用年平均收益率、年夏普率、年平均 MDD 以及年 Calmar 比率，这几种常用的组合投资性能测度来比较传统 Mean-CVaR 模型与新的权重受控的 Mean-CVaR 模型的性能差异。

收益率确切地告知投资组合在模拟期间获得了多少回报，由于模拟长度问题，这里使用年平均收益率，平均收益率是最简单的测量投资组合性能的方法。在 $phor=60$ ， $nhor=20$ ，且不同的 λ 值的配置下，年平均收益率情况如图 2 所示。

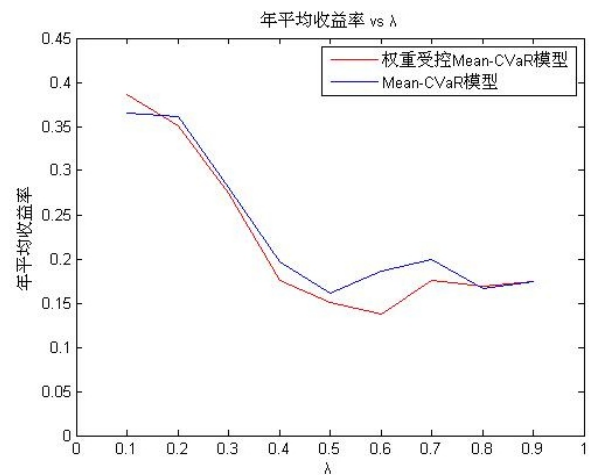


图 2 两种投资组合模型的年平均收益率对比

Fig.2 Average annual yield comparison of two portfolio investment models

从图 2 中可以看出，虽然权重受控 Mean-CVaR 模型总体上平均收益率要低于传统的 Mean-CVaR 模型，但是总体趋势相同，且差异并不明显。

夏普率是一种风险调整指标，其同时考虑了组合投资的高收益以及这些收益变化大等因素，只有

夏普率高的组合投资才能有理想的有效投资。假定 $R_D(T)$ 为一段时期 $[0,T]$ 的日平均收益, $\sigma(T)$ 为该时期日收益的标准差, 则年夏普率等于日夏普率乘以 $\sqrt{250}$ (一年共 250 个交易日), 即

$$Sharpe_{ann} = \frac{R_D(T)}{\sigma(T)} \bullet \sqrt{250} \tag{11}$$

在 $phor=60$, $nhor=20$, 且不同的 λ 值的配置下, 年夏普率情况如图 3 所示。

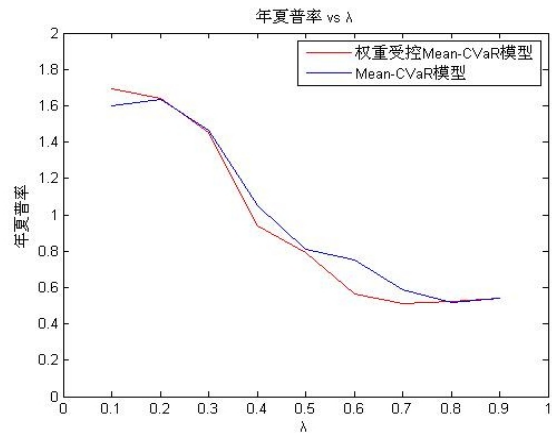


图 3 两种投资组合模型的年夏普率对比

Fig.3 SHARP rate comparison of two portfolio investment models

从图 3 中可以看出, 虽然权重受控 Mean-CVaR 模型总体上年夏普率要低于传统的 Mean-CVaR 模型, 但是总体趋势相同, 且差异也

并不明显。

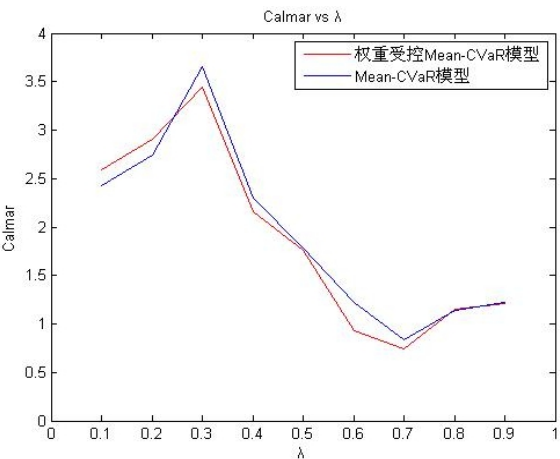


图 4 两种投资组合模型的年 Calmar 率对比

Fig.4 Calmar rate comparison of two portfolio investment models

从图 4 中可以看出, 虽然权重受控 Mean-CVaR 模型总体上年 Calmar 率要低于传统的 Mean-CVaR 模型, 但是总体趋势相同, 且差异也并不明显。

在模拟仿真投资实验时, 不仅仅记录了组合投资在持有期内每天的资本总值, 而且还记录了在每一个持有期结束, 进行在计算时所得出的投资组合最优解, 即投资权重的分配情况。由于数据较多, 以下两个表是截出来的部分权重。

表 1 权重受控时的分配情况

Table 1 Distribution of weights under controlled conditions

权重受控 Mean-CVaR 模型						
λ=0.4 时, 仿真模拟其中 7 次投资前 20 只股票的权重分配情况						
20140326	20140423	20140521	20140618	20140716	20140813	20140910
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.113386	0.072095
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.05	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.080521
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.050988	0
0	0	0.06223	0.05	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.11895	0.074044	0
0	0	0	0	0	0	0
0.05821	0.053542	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.05	0.077849	0.135972

表 2 权重不受控时的分配情况

Table 2 Distribution of weights under conventional conditions

传统 Mean-CVaR 模型 $\lambda=0.4$ 时, 仿真模拟其中 7 次投资前 20 只股票的权重分配情况						
20140326	20140423	20140521	20140618	20140716	20140813	20140910
1.98E-15	6.61E-15	0.028667	3.08E-15	1.14E-09	2.16E-10	8.30E-13
9.83E-15	7.19E-15	2.83E-12	2.79E-15	3.40E-10	0.092242	0.079921
4.90E-15	5.66E-15	1.02E-11	3.50E-15	2.21E-08	1.84E-10	6.44E-13
1.42E-15	4.77E-15	2.29E-12	0.036159	8.88E-11	3.46E-11	9.67E-14
1.65E-15	5.21E-15	9.50E-13	5.23E-15	2.57E-08	1.99E-10	2.80E-11
1.83E-15	4.99E-15	8.51E-13	1.44E-15	6.61E-05	3.89E-10	0.097894
2.34E-15	3.36E-15	1.33E-12	1.06E-15	1.39E-10	1.57E-10	4.18E-13
5.06E-15	1.01E-14	4.91E-12	4.78E-15	1.35E-09	1.26E-09	8.72E-13
1.12E-15	2.75E-15	1.27E-12	9.17E-16	1.74E-10	1.34E-10	6.79E-12
2.52E-15	1.25E-14	2.65E-12	1.97E-15	2.32E-10	0.045152	8.92E-13
1.03E-15	5.25E-14	0.040067	0.053467	5.41E-11	1.67E-10	1.98E-12
1.51E-15	5.75E-15	1.72E-12	1.15E-15	4.86E-10	1.19E-10	5.70E-13
0.006927	3.75E-15	8.57E-13	5.87E-16	2.81E-10	5.33E-11	4.63E-13
1.81E-15	8.11E-15	6.50E-12	5.97E-15	0.107298	0.093657	2.78E-12
7.13E-16	2.34E-15	5.34E-13	1.55E-15	0.02877	1.07E-09	2.90E-12
0.062594	0.05529	1.60E-12	1.66E-15	7.46E-10	1.05E-10	1.18E-12
2.62E-15	4.66E-15	2.20E-13	2.61E-15	1.58E-09	1.45E-08	8.64E-13
1.55E-15	6.92E-15	5.79E-13	1.12E-15	1.40E-10	4.10E-10	4.54E-13
9.00E-16	3.90E-15	1.13E-12	1.74E-15	0.005476	0.063903	0.156988

由表 1, 表 2 可以看出, 传统的 Mean-CVaR 模型的确存在许多微小权重, 且使得投资组合的规模变得相当庞大。这必然会导致构建交易头寸时花费的交易成本越大, 以及投资者的可操作性越弱。

综合上述所有的实验结果, 可以得出这样的结论, 新的投资权重受控制的 Mean-CVaR 模型与传统的 Mean-CVaR 模型组合投资性能基本一致的情况下, 能够大幅地减小投资组合的规模, 从而减少交易成本, 提高可操作性。

5 总结

传统 Mean-CVaR 模型既可以帮助投资者实现资产的最优合理配置, 还可以对投资风险进行测量, 并通过选择不同的置信水平来控制风险, 得到不同的投资组合有效前沿。但是, 在实际应用中, 传统 Mean-CVaR 模型由于未对投资权重进行限制, 因此容易出现某些风险资产所分配到的投资占比过小, 或者某些风险资产所分配到的投资占比过大, 从而使得投资组合规模过于庞大, 且交易成本过高。基于此, 本文将投资权重的控制引入传统 Mean-CVaR 模型中, 提出新的模型。并且采用历

史模拟法, 将 Mean-CVaR 模型和新的模型运用到我国证券市场, 进行投资组合优化的实证分析, 并通过一定时期对两种模型的效果进行对比观察, 验证了本文提出的新模型在中国证券市场的适用性。

参考文献

- [1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. The journal of finance, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] Jorion. Value at risk: The new benchmark for controlling market risk[M]. New York: Irwin Professional Pub, 1997.
- [3] Bredin D, Hyde S. FOREX Risk: Measurement and evaluation using value at risk[J]. Journal of Business Finance & Accounting, 2004, 31(9-10): 1389-1417.
- [4] 曲圣宁, 田新时. 投资组合风险管理中 VaR 模型的缺陷以及 CVaR 模型研究[J]. 统计与决策, 2005(10): 18-20.
- [5] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of risk, 2000(2): 21-42.
- [6] Brodie J, Daubechies I, De Mol C, et al. Sparse and stable Markowitz portfolios[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2009, 106(30): 12267-12272.

(参考文献[7]~[13]转第 29 页)

- 449(7161):438-442.
- [25] Filippov T V, Tolpygo S K, Mannik J, et al. Tunable transformer for qubits based on flux states[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2003, 13(2):1005-1008.
- [26] Likharev K K, Semenov V K. RSFQ logic/memory family: a new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems[J]. Applied Superconductivity IEEE Transactions on, 1991, 1(1):3-28.
- [27] Averin D V. Adiabatic quantum computation with Cooper pairs[J]. Solid State Communications, 1997, 105(10): 659-664.
- [28] Shnirman A, Schoen G, Hermon Z. Quantum Manipulations of Small Josephson Junctions[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(12):2371-2374.
- [29] Averin D V, Ruggiero B, Silvestrini P. Macroscopic quantum coherence and quantum computing [M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [30] Marquardt F, Bruder C. Superposition of two mesoscopically distinct quantum states: Coupling a Cooper-pair box to a large superconducting island[J]. Physical Review B, 2001, 63(5):811-820.
- [31] Zorin A B. Coupling and Dephasing in Josephson Charge-Phase Qubit with Radio Frequency Readout[J]. Physics, 2004, 98(6):1250-1261.
- [32] You J Q, Tsai J S, Nori F. Scalable quantum computing with Josephson charge qubits[J]. Physical Review Letters, 2003, 89(19):197902.
- [33] Plastina F, Falci G. Communicating Josephson Qubits[J]. Physical Review B, 2002, 67(22):2209-2219.
- [34] Blais A, Zagoskin A M. Tunable coupling of superconducting qubits[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(12):127901.
- [35] O'Connell A D, Hofheinz M, Ansmann M, et al. Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator[J]. Nature, 2010, 464(7289): 697-703.
- [36] Treps N, Grosse N, Bowen W, et al. A quantum laser pointer[J]. Science, 2003, 301(5635):940-943.

(上接第 24 页)

- [7] 中国证券业协会. 证券投资分析[M]. 北京:中国财政经济出版社,2009.
- [8] 李婷,张卫国. 风险资产组合均值-CVaR 模型的算法分析[J]. 安徽大学学报:自然科学版,2003,30(6):4-7.
- [9] 郑明川,吴晓梁. VaR 约束下的投资组合管理[J]. 技术经济与管理研究,2003(6):34-35.
- [10] 叶青. 基于 GARCH 和半参数法的 VaR 模型及其在中国股市风险分析中的应用研究[J]. 统计研究,2000 (12):25-29.
- [11] 高岳琳,陈东志,鲍卫军. 基于约束的单位风险收益最大投资组合模型及实证[J]. 统计与决策,2009(13):62-64.
- [12] 陈剑利,李胜宏. CVaR 风险度量模型在投资组合中的运用[J]. 运筹与管理,2004,13(1):95-99.
- [13] 余星,孙红果,陈国华. 基于 CVaR 的融入期权的投资组合模型[J]. 数学的实践与认识,2014,44(1):11-14.